Polynomial systems for the cases $\deg q \in \{5, 6, 7\}$

Addendum to: *Decomposition of perturbed Chebyshev polynomials*

Thomas Stoll

November 2, 2006

Available also at `http://dmg.tuwien.ac.at/stoll.`

Abstract

We here give the complete data for the remaining cases $\deg q = 5, 6, 7$, which supplement the paper ([1] Th. Stoll, *Decomposition of perturbed Chebyshev polynomials*, submitted). This is not supposed to be included in the paper.

The case $\deg q = 5$:

$$\begin{aligned}\hat{q} = x^5 &- \frac{ex^4}{k} - \frac{x^3}{4k^2}(5k^2 + 2ke^2 + kb - 2k - 2e^2)\\ &- \frac{ex^2}{12k^3}e(-15k^2 + 3k^2b + 4k^2e^2 - 3kb - 6ke^2 + 6k + 2e^2)\\ &- \frac{x}{96k^4}(-30k^4 + 24k^3e^4 - 24k^3b + 3k^3b^2 + 24k^3e^2b + 36k^3 - 60k^3e^2 + 84k^2e^2\\ &- 36k^2e^2b - 44k^2e^4 - 3k^2b^2 + 12k^2b - 12k^2 + 24e^4k + 12e^2kb - 24e^2k - 4e^4),\end{aligned}$$

$$\underline{g - \mathrm{eq}_1 x^{5k-6} - \mathrm{eq}_2 x^{5k-7} - \mathrm{eq}_3 x^{5k-8} = \hat{q}^k + \beta_1 \hat{q}^{k-1} + \mathcal{R}(x),} \qquad \deg \mathcal{R} \le 5k - 9,$$

$$\begin{aligned}\beta_1 = -\frac{e}{480k^4}&(120k^4e^2b + 150k^4 - 200k^4e^2 + 96k^4e^4 + 30k^4b^2 - 120k^4b + 380k^3e^2 - 220k^3e^2b\\ &- 45k^3b^2 - 180k^3 - 200k^3e^4 + 180k^3b + 60k^2 - 60k^2b + 140k^2e^4 - 220k^2e^2 + 15k^2b^2\\ &+ 120k^2e^2b + 40e^2k - 40e^4k - 20e^2kb + 4e^4),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{eq}_1 = -\frac{1}{5760k^5}&(k-1)(2220k^3e^4 + 180k^4b - 15k^3b^3 + 30k^4b^3 + 900k^4e^2 - 1800k^4e^4 - 180k^3b\\ &- 900e^4k^2 - 1080k^3e^2 + 90k^3b^2 - 1232k^3e^6 + 568e^6k^2 + 120k^3 - 60k^4 - 112e^6k\\ &- 135k^4b^2 + 120e^4k + 360e^2k^2 + 960k^4e^6 - 1560k^3e^4b + 1440k^3e^2b - 1440k^4e^2b\\ &- 450k^3e^2b^2 + 540e^4k^2b + 90e^2k^2b^2 - 360e^2k^2b - 60e^4kb + 540k^4e^2b^2 + 1440k^4e^4b + 8e^6),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{eq}_2 = \frac{e}{40320k^6}&(k-1)(-6720e^2k^3b + 1680e^2k^2b + 336e^4kb - 1260k^5e^2b^2 + 6720k^4e^2b \\
&- 8064k^4e^4b - 1470k^4e^2b^2 + 8736e^4k^3b + 1890e^2k^3b^2 - 48e^6 - 3024e^4k^2b - 420e^2k^2b^2 \\
&- 1680e^2k^2 + 5880e^2k^3 - 672e^4k + 945k^5b^2 - 420k^5 + 840k^4 - 2520k^5e^4 + 2100k^5e^2 + 960k^5e^6 \\
&- 420k^5b^3 - 6720k^4e^2 - 6992k^4e^6 + 13188k^4e^4 - 630k^4b^2 + 210k^4b^3 - 13692e^4k^3 + 5208e^4k^2 \\
&- 3520e^6k^2 + 7960e^6k^3 + 680e^6k),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{eq}_3 = \frac{1}{645120k^7}&(k-1)(-22680k^5e^2b^3 + 614880k^5e^4b - 468720k^5e^2b + 201600k^5e^2b^2 \\
&+ 20160k^6e^4b^2 + 26880k^6e^6b + 5040k^6e^2b^3 - 551040k^6e^4b - 194040k^6e^2b^2 + 509040k^6e^2b \\
&+ 75600e^2b^2k^7 + 19040e^6k^3b - 2520e^2k^3b^3 + 40320e^4k^3b + 15120e^2k^3b^2 + 61320k^4e^4b^2 \\
&+ 54880k^4e^6b + 15120k^4e^2b^3 - 288960k^4e^4b - 93240k^4e^2b^2 + 191520k^4e^2b - 92400k^5e^4b^2 \\
&- 115136k^5e^6b - 8400e^4k^3b^2 - 201600e^2bk^7 + 201600e^4bk^7 + 2016e^6kb + 3360e^4k^2b - 840e^4k^2b^2 \\
&- 14560e^6k^2b - 30240e^2k^3b - 252000e^4k^7 + 134400e^6k^7 + 25200bk^7 + 126000e^2k^7 + 448224k^5e^6 \\
&+ 312480k^5e^2 - 690480k^5e^4 + 53760k^5b + 210k^6b^4 + 11520k^6e^8 + 44100k^6b^2 - 10080k^6b^3 \\
&- 387520k^6e^6 - 327600k^6e^2 + 680400k^6e^4 - 62160k^6b - 18900b^2k^7 + 4200b^3k^7 - 20400e^8k^2 \\
&+ 23072e^6k^2 + 33360e^8k^3 - 6048e^6k^3 - 47040e^4k^3 + 315k^4b^4 + 3456k^4e^8 + 7560k^4b^2 - 2520k^4b^3 \\
&- 191968k^4e^6 - 131040k^4e^2 + 309120k^4e^4 - 10080k^4b - 735k^5b^4 - 43584k^5e^8 - 32760k^5b^2 + 8400k^5b^3 \\
&- 4032e^6k - 3360e^4k^2 + 20160e^2k^3 + 4464e^8k + 5040k^4 - 8400k^7 + 25200k^6 - 31920k^5 - 336e^8).
\end{aligned}$$

The case $\deg q = 6$:

$$\begin{aligned}
\hat{q} = x^6 - \frac{ex^5}{k} &- \frac{x^4}{4k^2}(6k^2 + kb + 2ke^2 - 2k - 2e^2) \\
&- \frac{x^3}{12k^3}e(3k^2b - 18k^2 + 4k^2e^2 + 6k - 6ke^2 - 3kb + 2e^2) \\
&- \frac{x^2}{96k^4}(-54k^4 + 24k^3e^2b - 72k^3e^2 + 3k^3b^2 + 24k^3e^4 - 30k^3b + 48k^3 - 3k^2b^2 \\
&\qquad + 96k^2e^2 - 12k^2 - 44k^2e^4 - 36k^2e^2b + 12k^2b - 24e^2k + 24e^4k + 12e^2kb - 4e^4), \\
&- \frac{x}{480k^5}e(270k^4 + 96k^4e^4 - 150k^4b - 240k^4e^2 + 30k^4b^2 + 120k^4e^2b \\
&\qquad - 240k^3 + 440k^3e^2 - 45k^3b^2 + 210k^3b - 220k^3e^2b - 200k^3e^4 + 60k^2 - 60k^2b \\
&\qquad - 240k^2e^2 + 140k^2e^4 + 15k^2b^2 + 120k^2e^2b - 40e^4k - 20e^2kb + 40e^2k + 4e^4),
\end{aligned}$$

$$\underline{g - \mathrm{eq}_1x^{6k-7} - \mathrm{eq}_2x^{6k-8} - \mathrm{eq}_3x^{6k-9} = \hat{q}^k + \beta_1\hat{q}^{k-1} + \mathcal{R}(x),} \qquad \deg\mathcal{R} \le 6k-10,$$

$$
\begin{aligned}
\beta_1 = -\frac{1}{5760k^5}(&-45k^4b^3 + 120e^6k - 3480k^3e^4 + 270k^4b^2 + 15k^3b^3 + 1800k^3e^2 - 2192k^4e^6 - 3060k^4e^2 \\
&+ 450k^5b + 180k^3b + 1800k^3e^6 - 90k^3b^2 + 30k^5b^3 + 1620k^5e^2 - 2160k^5e^4 - 180k^5b^2 - 120e^4k \\
&+ 4680k^4e^4 + 960k^5e^6 - 540k^4b - 120k^3 + 360k^4 - 420k^5 + 180k^6 + 2100k^3e^4b - 680e^6k^2 \\
&+ 1080e^4k^2 - 600e^4k^2b + 360e^2k^2b + 60e^4kb + 540k^5e^2b^2 - 1800k^5e^2b + 1440k^5e^4b - 990k^4e^2b^2 \\
&+ 3420k^4e^2b - 3000k^4e^4b + 540k^3e^2b^2 - 1980k^3e^2b - 90e^2k^2b^2 - 8e^6 - 360e^2k^2),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{eq}_1 = -\frac{e}{40320k^6}(k-1)(&5040k^5e^2b^2 - 12600k^5e^2b + 10080k^5e^4b - 5460k^4e^2b^2 + 15540k^4e^2b - 840k^3 \\
&- 1260k^5 + 1680k^4 + 630k^5b^3 - 2520k^5b^2 + 5760k^5e^6 - 12096k^5e^4 - 3780k^4b - 10500k^4e^2 + 105k^3b^3 \\
&+ 3150k^5b + 7560k^5e^2 - 12936k^4e^4b - 210e^2k^2b^2 - 1176e^4k^2b + 840e^2k^2b + 1890k^3e^2b^2 - 6300k^3e^2b \\
&+ 1260k^3b + 5040k^3e^2 - 1240e^6k^2 + 2016e^4k^2 + 160e^6k - 525k^4b^3 + 2520k^4b^2 - 8352k^4e^6 \\
&+ 17136k^4e^4 - 840e^2k^2 - 168e^4k - 630k^3b^2 + 4640k^3e^6 - 8904k^3e^4 + 5964k^3e^4b + 84e^4kb - 8e^6),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{eq}_2 = \frac{1}{645120k^7}(k-1)(&-32256k^6e^6 - 2520k^6b^2 + 17680e^8k^2 - 27328e^6k^2 - 105k^4b^4 - 2256e^8k - 630k^6b^4 \\
&+ 2520k^6b^3 - 10080k^6e^2 + 30240k^6e^4 + 11520k^6e^8 - 1680k^4 - 1680k^5 + 23520k^5e^2 + 525k^5b^4 \\
&+ 206976k^5e^6 + 5040k^5b^2 - 97344k^5e^8 + 126208k^4e^8 + 3360k^4b + 146160k^4e^4 - 2520k^4b^2 \\
&- 20160k^4e^2 + 124096e^6k^3 - 63840e^4k^3 + 840k^4b^3 - 252224k^4e^6 - 67440e^8k^3 - 132720k^5e^4 \\
&- 1680k^5b + 2240e^6k - 2940k^5b^3 - 79520e^6k^3b - 21840e^4k^3b^2 - 840e^2k^3b^3 + 6720e^2k^3 \\
&- 10080e^2k^3b + 5040e^2k^3b^2 + 75600e^4k^3b - 10080e^4k^2b + 15680e^6k^2b + 2520e^4k^2b^2 \\
&+ 10080e^4k^2 - 15120k^4e^2b^2 - 186480k^4e^4b + 172480k^4e^6b + 3360k^5e^2b^3 - 25200k^5e^2b \\
&+ 20160k^6e^2b^2 + 151200k^5e^4b - 134400k^5e^6b - 38640k^5e^4b^2 + 57960k^4e^4b^2 + 2520k^4e^2b^3 \\
&+ 30240k^4e^2b - 20160k^6e^4b^2 - 10080k^6e^2b^3 - 1120e^6kb + 112e^8),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{eq}_3 = {} & \frac{e}{5806080}(k-1)(62608e^8k^2 - 8624e^8k + 8064e^6k - 84096e^6k^2 - 4032e^6kb - 60480k^4 \\
& + 378000k^5 - 740880k^6 - 272160k^8 + 725760k^7 + 1244160k^8e^6 + 680400k^8b - 4475520k^7e^2 \\
& - 3670272k^7e^6 + 5670k^7b^4 + 1360800k^7b^2 - 340200k^7b^3 - 1769040k^7b + 7348320k^7e^4 \\
& + 80640k^7e^8 + 4530816k^6e^6 - 27405k^6b^4 + 347760k^6b^3 + 448e^8 - 2721600k^8e^2b + 7257600k^7e^2b \\
& + 181440k^7e^4b^2 - 2903040k^7e^2b^2 - 7469280k^6e^2b + 3296160k^6e^2b^2 + 7336224k^6e^4b \\
& - 1026432k^6e^6b - 958608k^6e^4b^2 - 322560k^6e^2b^3 - 3967488k^5e^4b + 1693440k^6b + 4697280k^6e^2 \\
& - 358848k^6e^8 - 8119440k^6e^4 - 1247400k^6b^2 + 19845k^5b^4 + 93184k^5e^8 - 2323584k^5e^6 + 521640k^5b^2 \\
& + 4242672k^5e^4 - 725760k^5b - 166320k^5b^3 - 2378880k^5e^2 + 614592k^5e^6b - 1784160k^5e^2b^2 \\
& + 3689280k^5e^2b + 748440k^5e^4b^2 + 267120k^5e^2b^3 - 846720k^4e^2b + 423360k^4e^2b^2 \\
& + 780192k^4e^4b - 136080k^4e^4b^2 - 22680e^4k^3b^2 + 255472k^4e^8 - 90720k^4b^2 - 3780k^4b^4 \\
& + 564480k^4e^2 + 184320k^4e^6 - 931392k^4e^4 + 120960k^4b + 30240k^4b^3 + 24192e^4k^2 \\
& - 40320e^2k^3 - 205520e^8k^3 - 6048e^4k^3 + 248832e^6k^3 - 6132672k^7e^4b + 60480k^7e^2b^3 \\
& + 1088640k^8e^2b^2 + 207360k^7e^6b + 48384e^4k^3b + 60480e^2k^3b + 146880k^4e^6b - 70560k^4e^2b^3 \\
& - 195840e^6k^3b - 30240e^2k^3b^2 + 5040e^2k^3b^3 + 6048e^4k^2b^2 + 50112e^6k^2b - 24192e^4k^2b \\
& + 2177280k^8e^4b - 544320k^8b^2 + 1632960k^8e^2 - 2612736k^8e^4 + 136080k^8b^3).
\end{aligned}
$$

The case $\deg q = 7$:

$$
\begin{aligned}
\hat{q} = {} & x^7 - \frac{ex^6}{k} - \frac{x^5}{4k^2}(7k^2 + 2ke^2 - 2k + kb - 2e^2) \\
& - \frac{x^4}{12k^3}e(4k^2e^2 + 3k^2b - 21k^2 - 6ke^2 - 3kb + 6k + 2e^2) \\
& - \frac{x^3}{96k^4}(-84k^4 + 60k^3 + 24k^3e^4 - 36k^3b + 24k^3e^2b - 84k^3e^2 + 3k^3b^2 - 12k^2 - 44k^2e^4 + 12k^2b \\
& \quad - 36k^2e^2b + 108k^2e^2 - 3k^2b^2 + 24ke^4 + 12ke^2b - 24ke^2 - 4e^4) \\
& - \frac{x^2}{480k^5}e(-180k^4b + 30k^4b^2 + 420k^4 + 96k^4e^4 + 120k^4e^2b - 280k^4e^2 + 240k^3b - 45k^3b^2 - 300k^3 \\
& \quad - 200k^3e^4 - 220k^3e^2b + 500k^3e^2 - 60k^2b + 15k^2b^2 + 60k^2 + 140k^2e^4 + 120k^2e^2b - 260k^2e^2 \\
& \quad - 40e^4k - 20e^2kb + 40e^2k + 4e^4) \\
& - \frac{x}{5760k^6}(1140k^2e^4 - 120e^4k - 360k^2e^2 + 5340k^4e^4 + 180k^3b - 90k^3b^2 - 3840k^3e^4 + 2160k^3e^2 \\
& \quad - 4320k^4e^2 + 540k^4 - 120k^3 - 720k^4b + 315k^4b^2 - 2160k^3e^2b + 360k^2e^2b + 3960k^4e^2b - 8e^6 \\
& \quad + 540k^3e^2b^2 + 540k^5e^2b^2 + 1440k^5e^4b - 2160k^5e^2b - 3000k^4e^4b - 990k^4e^2b^2 + 2100k^3e^4b \\
& \quad - 90e^2k^2b^2 - 600e^4k^2b + 60e^4kb - 960k^5 + 630k^6 + 1800k^3e^6 - 680e^6k^2 + 120e^6k + 30k^5b^3 \\
& \quad + 810k^5b + 960k^5e^6 - 2520k^5e^4 + 2520k^5e^2 - 225k^5b^2 - 45k^4b^3 - 2192k^4e^6 + 15k^3b^3),
\end{aligned}
$$

$$
\underline{g - \mathrm{eq}_1 x^{7k-8} - \mathrm{eq}_2 x^{7k-9} - \mathrm{eq}_3 x^{7k-10} = \hat{q}^k + \beta_1 \hat{q}^{k-1} + \mathcal{R}(x),} \qquad \deg \mathcal{R} \le 7k - 11,
$$

$$
\begin{aligned}
\beta_1 = -\frac{e}{40320k^6}(&8e^6 - 84e^4kb - 840e^2k^2b + 210e^2k^2b^2 + 1260e^4k^2b - 2100k^3e^2b^2 + 7560k^3e^2b \\
&+ 18900k^4e^4b + 11760k^6e^2 + 630k^6b^3 - 3150k^6b^2 + 5670k^6b - 14112k^5e^6 - 26040k^5e^2 \\
&- 14112k^6e^4 + 840e^2k^2 + 6720k^5 - 3780k^4 + 840k^3 + 168e^4k - 24360k^4e^2b + 7350k^4e^2b^2 \\
&+ 32760k^5e^2b - 23016k^5e^4b - 10500k^5e^2b^2 + 10080k^6e^4b - 15120k^6e^2b - 4410k^6 \\
&+ 5760k^6e^6 + 33432k^5e^4 - 10710k^5b - 1155k^5b^3 + 6300k^4b - 105k^3b^3 - 5880k^3e^6 \\
&- 6720k^3e^2 - 1260k^3b + 630k^3b^2 + 11760k^3e^4 + 5985k^5b^2 + 5040k^6e^2b^2 - 7140k^3e^4b \\
&+ 20160k^4e^2 + 630k^4b^3 + 12992k^4e^6 - 3465k^4b^2 + 1400e^6k^2 - 168e^6k - 2268e^4k^2 - 28980k^4e^4),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{eq}_1 = -\frac{1}{645120k^7}(k-1)(&16e^8 + 630k^6b^4 - 5040k^6b - 188160k^6e^6 - 3360k^6b^3 - 35280k^6e^2 \\
&+ 141120k^6e^4 + 80640k^6e^8 + 6300k^6b^2 + 53760k^5e^2 - 218400k^5e^4 + 81664k^4e^8 + 6720k^5b \\
&- 525k^5b^4 - 7560k^5b^2 + 3360k^5b^3 - 26640e^8k^3 + 53760e^6k^3 - 128448k^5e^8 + 295232k^5e^6 \\
&- 840k^4b^3 - 3360k^4b - 30240k^4e^2 + 2520k^4b^2 - 33600e^4k^3 + 127680k^4e^4 + 105k^4b^4 \\
&- 180320k^4e^6 - 432e^8k + 6720e^2k^3 + 4720e^8k^2 - 7840e^6k^2 + 3360e^4k^2 + 448e^6k + 1680k^4 \\
&- 1680k^5 + 1680k^6 + 161280k^6e^6b + 100800k^6e^4b^2 + 20160k^6b^3e^2 + 90720k^6e^2b - 241920k^6e^4b \\
&- 233856k^5e^6b - 75600k^6e^2b^2 - 21840k^5b^3e^2 - 129360k^5e^4b^2 + 342720k^5e^4b + 93240k^5e^2b^2 \\
&+ 59640k^4e^4b^2 - 178080k^4e^4b - 126000k^5e^2b + 129920k^4e^6b + 7560k^4b^3e^2 - 37800k^4e^2b^2 \\
&- 34720e^6k^3b - 840e^2k^3b^3 + 60480k^4e^2b - 11760e^4k^3b^2 + 40320e^4k^3b + 5040e^2k^3b^2 \\
&+ 840e^4k^2b^2 + 4480e^6k^2b - 10080e^2k^3b - 3360e^4k^2b - 224e^6kb),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{eq}_2 = \frac{e}{5806080k^8}(k-1)(&-181440k^7e^4b^2 + 15120k^5 + 1282176e^4k^4b - 40320e^2k^4b^3 \\
&- 446040k^5e^2b^2 + 824040k^5e^4b^2 + 756000k^5e^2b + 1804032k^5e^6b - 2467584k^5e^4b \\
&+ 85680k^5e^2b^3 + 1741824k^6e^4b - 1244160k^6e^6b + 173880k^6e^2b^2 - 492912k^6e^4b^2 \\
&- 544320k^6e^2b + 10080k^6e^2b^3 - 120960k^7e^2b^3 + 226800k^7e^2b^2 - 15120k^6 + 15120k^7 \\
&+ 24192e^4k^2b + 1728e^6kb - 34560e^6k^2b - 6048e^4k^2b^2 - 30240e^2k^3b^2 + 60480e^2k^3b \\
&+ 83160e^4k^3b^2 + 5040e^2k^3b^3 - 290304e^4k^3b + 267840e^6k^3b - 1002240e^6k^4b \\
&- 362880e^2k^4b - 408240e^4k^4b^2 + 211680e^2k^4b^2 - 128e^8 - 3456e^6k - 40320e^2k^3 \\
&- 24192e^4k^2 + 247968e^4k^3 - 424800e^6k^3 + 217840e^8k^3 + 61056e^6k^2 - 38192e^8k^2 \\
&+ 3472e^8k + 1109248k^5e^8 - 679952e^8k^4 + 1460160e^6k^4 - 979776e^4k^4 - 413280k^5e^2 \\
&- 2509344k^5e^6 + 1802304k^5e^4 - 22680k^5b^2 + 15120k^5b^3 - 2835k^5b^4 + 1831104k^6e^6 \\
&- 60480k^6b^3 + 68040k^6b^2 + 372960k^6e^2 - 773568k^6e^8 - 1409184k^6e^4 + 60480k^7b^3 \\
&- 241920k^7e^6 + 254016k^7e^4 + 14175k^6b^4 + 80640k^7e^8 + 201600e^2k^4 - 105840k^7e^2 \\
&- 17010k^7b^4 - 56700k^7b^2),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{eq}_3 = \frac{1}{116121600k^9}(k-1)(&-1152e^{10} - 1587600bk^9 + 198450b^4k^9 - 1058400b^3k^9 \\
&+ 50803200e^6bk^9 - 23814000e^2b^2k^9 + 6350400b^3e^2k^9 + 1984500b^2k^9 - 59270400e^6k^9 \\
&+ 44452800e^4k^9 - 11113200e^2k^9 + 25401600e^8k^9 - 1239840k^8 + 529200k^9 + 120960k^5 \\
&- 937440k^6 + 1254960k^7 + 30208e^{10}k - 28800e^8k - 161280e^6k^2 + 1008000e^6k^3 - 315392e^{10}k^2 \\
&+ 31752000e^4b^2k^9 - 76204800e^4bk^9 + 28576800e^2bk^9 + 14400e^8kb - 40320e^6k^2b^2 \\
&- 267120e^8k^2b + 161280e^6k^2b - 1209600e^2k^4b + 907200e^2k^4b^2 + 462240e^8k^2 \\
&+ 1646848e^{10}k^3 + 1784160e^6k^4 - 3124800e^4k^4 + 604800e^2k^4 - 2041200e^4k^4b^2 \\
&+ 483840e^6k^4b - 302400e^2k^4b^3 + 315000e^4k^4b^3 + 4384800e^4k^4b + 423360e^6k^3b^2 \\
&- 856800e^6k^4b^2 - 5014800e^8k^4b + 37800e^2k^4b^4 - 1350720e^6k^3b + 1809360e^8k^3b \\
&- 8618400k^5e^2b^2 - 2637360e^8k^3 + 4983120e^8k^4 - 4312448e^{10}k^4 - 3780k^5b^5 \\
&+ 24393600k^5e^4 + 2948400k^5b^3e^2 + 2142000k^5e^8b - 378000k^5b^4e^2 + 302400k^5b^2 \\
&- 151200k^5b^3 - 5443200k^5e^2 + 477225k^7b^4 + 143514000k^7e^4 + 4248832k^5e^{10} + 9428400k^5e^8 \\
&- 32770080k^5e^6 + 37800k^5b^4 - 302400k^5b - 4233600k^5e^6b^2 + 27820800k^5e^6b \\
&+ 11188800k^5e^2b - 37724400k^5e^4b + 18559800k^5e^4b^2 - 2898000k^5b^3e^4 \\
&- 20295360k^7e^8b + 106633800k^7e^4b^2 - 1323000k^7b^4e^2 + 4914000k^7b^2 - 6571008k^7e^{10} \\
&- 27405k^7b^5 - 2362500k^7b^3 + 99768960k^7e^8 - 203626080k^7e^6 - 34473600k^7e^2 - 4384800k^7b \\
&- 58037040k^6e^8 + 118994400k^6e^6 - 64864800k^7e^2b^2 + 82252800k^7e^2b - 21591360k^7e^6b^2 \\
&- 9198000k^7b^3e^4 - 236930400k^7e^4b + 18824400k^7b^3e^2 + 186419520k^7e^6b - 42789600k^6e^2b \\
&+ 14353920k^6e^8b + 19202400k^6e^2 + 2693632k^6e^{10} + 19845k^6b^5 - 217350k^6b^4 + 4233600k^8b \\
&+ 8757000k^6b^3e^4 - 112049280k^6e^6b + 33226200k^6e^2b^2 + 5670k^8b^5 - 486675k^8b^4 \\
&- 2041200k^6b^2 + 945000k^6b^3 - 82076400k^6e^4 + 1209600k^6b^4e^2 + 132829200k^6e^4b \\
&- 147450240k^8e^6b + 226800k^8b^4e^2 - 64260000k^6e^4b^2 - 10735200k^6b^3e^2 \\
&+ 19041120k^6e^6b^2 + 62937000k^8e^2b^2 + 212284800k^8e^4b + 2192400k^6b + 2627100k^8b^3 \\
&+ 31222800k^8e^2 - 76749120k^8e^8 + 1290240k^8e^{10} - 78019200k^8e^2b + 3628800k^8e^6b^2 \\
&- 16632000k^8b^3e^2 - 87922800k^8e^4b^2 + 3628800k^8e^8b + 1512000k^8b^3e^4 - 5159700k^8b^2 \\
&- 127008000k^8e^4 + 172589760k^8e^6).
\end{aligned}
$$

References

[1] Th. Stoll, *Decomposition of perturbed Chebyshev polynomials*, preprint, available at: `http://dmg.tuwien.ac.at/stoll`.