ALGEBRE LINEAIRE 2: DEVOIR MAISON NUMERO 1

Algèbre linéaire 2. Cours/TD: M.-H. Nicole
Devoir maison I.

Nom: ________________________
Numéro d'étudiant:_____________

À remettre au début des TD le 25 septembre.

Problème $\mathbf{A_1}$: Soit $A \subset M_2(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices de la forme $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, où a, b sont des nombres réels. Montrez que A est un corps en vérifiant axiome par axiome la définition d'un corps. [1]

Problème $\mathbf{A_2}$: a) Donnez un exemple d'une partie $W \subseteq \mathbb{R}^2$ qui est stable sous multiplication scalaire, mais pas stable sous addition vectorielle.
b) Donnez un exemple d'une partie $W \subseteq \mathbb{R}^2$ qui est stable sous addition vectorielle , mais pas stable sous multiplication scalaire.

Problème $\mathbf{A_3}$: Lesquelles des parties W suivantes sont des sous-espaces vectoriels de $\mathcal{C}[0,1]$, où $\mathcal{C}[0,1]$ est l'espace des fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$ définies sur l'intervalle réel $[0,1]$? Justifiez vos réponses dans chaque cas.

(1) $W = \{f \in \mathcal{C}[0,1] | f(0) = f(1)\}$.
(2) $W = \{f \in \mathcal{C}[0,1] | f(0) = 0 \text{ and } f(1) = 0\}$.
(3) $W = \{f \in \mathcal{C}[0,1] | f(0) = 0 \text{ or } f(1) = 0\}$.
(4) $W = \{f \in \mathcal{C}[0,1] | f \text{ est croissante }\}$.

[1] Commencez par faire la liste des axiomes définissant un corps, pour être sûr(e) de n'en rater aucun!