TECHNIQUES DE CALCUL

1. Une équation du second degré $z^2 + az + b = 0$ à coefficients réels admet :

A $\begin{cases} \text{2 racines réelles (distinctes)} \\ \text{ou 1 racine réelle (double)} \\ \text{ou aucune racine} \end{cases}$ B $\begin{cases} \text{2 racines réelles (distinctes)} \\ \text{ou 1 racine réelle (double)} \\ \text{ou 2 racines imaginaires pures (distinctes)} \end{cases}$

C $\begin{cases} \text{2 racines réelles (distinctes)} \\ \text{ou 1 racine réelle (double)} \\ \text{ou 2 racines complexes conjuguées (distinctes)} \end{cases}$

D $\begin{cases} \text{2 racines réelles (distinctes)} \\ \text{ou 1 racine complexe (double)} \end{cases}$ E $\begin{cases} \text{2 racines imaginaires pures (distinctes)} \\ \text{ou 1 racine réelle (double)} \end{cases}$

2. Soient $a = 1 + i\sqrt{3}$ et $b = 1 - i$. Le module et l'argument de $\frac{a}{b}$ valent :

A $\sqrt{2}$ et $\frac{5\pi}{12}$ B $\sqrt{2}$ et $\frac{7\pi}{12}$ C 2 et $\frac{3\pi}{12}$ D 2 et $\frac{5\pi}{12}$ E 2 et $\frac{7\pi}{12}$

3. La dérivée de $e^{\frac{1+x}{1-x}}$ vaut :

A $\frac{1+x}{1-x}e^{\frac{1+x}{1-x}}$ B $\frac{2}{(1-x)^2}e^{\frac{1+x}{1-x}}$ C $\frac{1-x}{(1-x)^2}e^{\frac{1+x}{1-x}}$

D $\frac{1+x}{(1-x)^2}e^{\frac{1+x}{1-x}}$ E $\frac{-2x}{1-x}e^{\frac{1+x}{1-x}}$

4. Soit $f(x, y) = e^{2x+3y}$. La fonction $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ vaut :

A $13e^{2x+3y}$ B $6(e^{2x} + e^{3y})$ C $4e^{2x} + 9e^{3y}$ D $6e^{2x+3y}$ E 0

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^4 x \, dx$ vaut :

A $-\frac{3}{5}$ B $\frac{1}{10}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{3}{10}$ E $\frac{4}{5}$

6. Pour avoir l'existence et l'unicité de la solution de l'équation différentielle du premier ordre $y' = ay$ il faut ajouter

A une condition du type $\begin{cases} f(x_0) = y_0 \\ f'(x_0) = z_0 \end{cases}$ B une condition du type $\begin{cases} f(x_0) = y_0 \\ f(x_1) = y_1 \end{cases}$

C une condition du type $f(x_0) = y_0$ D une condition du type $f(x_0) = f(x_1)$

E aucune condition

7. La solution générale de l'équation différentielle $y'' + 12y' + 36y = 0$ est :

A $y = \lambda e^{-6x}$ B $y = \lambda e^{6x}$ C $y = \mu x e^{-6x}$

D $y = (\lambda + \mu x)e^{6x}$ E $y = (\lambda + \mu x)e^{-6x}$

8. $\lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{1-x} - e^x}{x^2}$ vaut :

A 0 B $\frac{1}{2}$ C 1 D $+\infty$ E pas de limite