

TECHNIQUES DE CALCUL

Durée: 1h30. Documents, calculatrices et téléphones interdits.

1. Calculs sur les complexes :

a. Calculer $(9 + i)^2$.

b. Soient z_1, z_2 et z_3 trois complexes distincts tels que $z_1^3 = z_2^3 = z_3^3$. Exprimer z_2 et z_3 en fonction de z_1 .

c. Résoudre l'équation $z^6 + (7 - i)z^3 - 8 - 8i = 0$.

2. Etudier la fonction $f(x) = \frac{e^{1/x}}{x^2}$ et dessiner son graphe.

On fera le tableau de variation. On indiquera les limites aux bornes du domaine de définition et les éventuels extrema et asymptotes. On n'étudiera pas les éventuels points d'inflexion.

3. Pour chacune des quatre équations différentielles suivantes, donner la forme générale des solutions réelles :

a. $y'' - 4y' + 4y = 0$.

b. $y'' - 4y' + 4y = e^{-2x}$.

c. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$.

d. $y'' - 4y' + 4y = \frac{1}{4}(e^{-2x} + e^{2x})$.

4. Que peut-on dire d'une application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ croissante et paire? *Justifier la réponse.*