

Les montres à moutarde : une approche intégrée au temps et à la nourriture

extended abstract*

Yann-Joachim Ringard
Département de Mathématiques
Université Libre Saint Augustin
21251 Quarnappes
ringard@brejnev.ustag.fr

Octobre 1990

Résumé

L'article introduit le concept de *montre à moutarde*, qui généralise à la fois ceux de montre et de pot à moutarde. La propriété principale des montres à moutarde est qu'elles peuvent distribuer la moutarde selon les besoins (théorème 1) tout en conservant une potentialité d'affichage d'une précision de 30 secondes (théorème 2). Mais la supériorité réelle des montres à moutarde sur les montres classiques est exprimée par notre théorème 3 : une montre à moutarde ne contenant pas de moutarde est au moins aussi précise qu'une montre ordinaire.

Les montres classiques indiquent le temps, mais ne sont pas bonnes à grand-chose d'autre. Cette limitation est artificielle : ainsi plusieurs personnes m'ont avoué être souvent en manque de moutarde... et quel intérêt y a-t-il à connaître le temps quand on ne peut pas obtenir de moutarde ?

Le concept de montre à moutarde est le résultat de cette observation fondamentale. Elles combinent les avantages des montres et des pots à moutarde : un parfait affichage du temps couplé à la quantité cruciale de moutarde suffisante pour faire face aux urgences.

Une remarque (superficiellement) similaire a été faite par le Pr. Costa di Meno de l'Université de La Sentenza [1]. La rigueur scientifique nous oblige malheureusement à constater que ses *montres à ketchup* passent à côté du problème : en effet, alors que la moutarde de Dijon est si forte que l'on peut se contenter de petites quantités, une « montre à ketchup » devrait être de

*Traduction de Jean-Yves Girard, Novembre 2009.

taille suffisante pour contenir au minimum une cuillerée à café de ketchup. Ne serait-il pas plus réaliste d'appeler ces « montres » aussi peu portatives des *horloges* ?

1 Définitions et principaux résultats

Sauf mention expresse du contraire, nous utiliserons le terme « montre » comme abréviation pour « montre de gousset analogique ».

DÉFINITION 1

Soit W une montre classique; une montre à moutarde dérivée de W est n'importe quelle W' obtenue par l'adjonction à W d'une certaine quantité de moutarde dans le mécanisme (voir fig. 1)¹.

Il est immédiat à partir de la définition qu'une même montre classique admet plusieurs extensions à moutarde, alors qu'étant donnée une montre à moutarde W' , il y a une unique montre classique sous-jacente W dont W' est issue.

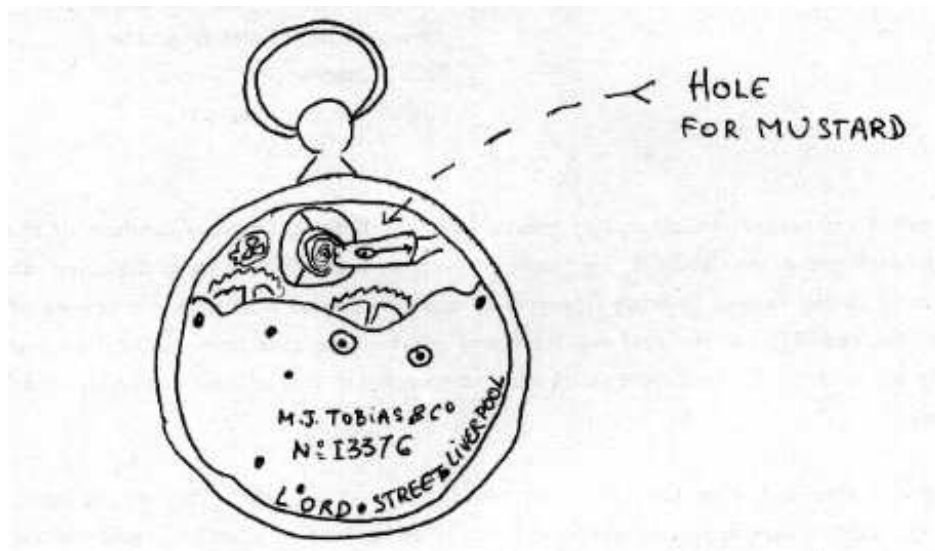


FIG. 1 – Montre à moutarde avant recharge

DÉFINITION 2

Une montre à moutarde est dite propre quand la quantité de moutarde qu'elle recèle est non nulle; elle est dite impropre ou dégénérée autrement.

¹*Hole for mustard* : niche pour la moutarde (N. d. T).

THÉORÈME 1

On peut obtenir « autant de moutarde que l'on veut » d'une montre à moutarde. Plus précisément, étant donnée une quantité m de moutarde, il existe une montre à moutarde $W(m)$ contenant de la moutarde en quantité m .

Démonstration : observons pour commencer qu'il y a des montres classiques de taille arbitraire ; en particulier, soit W_m une montre dont le mécanisme a un espace suffisant pour héberger m grammes de moutarde. On considère alors la complétion $W(m)$ de W_m obtenue en ajoutant m grammes de moutarde à W_m . \square

THÉORÈME 2

Une montre à moutarde propre peut afficher le temps avec une précision de 30 secondes.

Démonstration : soit W une montre à moutarde propre et soit $T = (x, y, z)$ la valeur du temps au moment de l'affichage. Soit $T_0 = (x_0, y_0, z_0)$ le temps affiché par W . Remettons W à l'heure, i.e., remplaçons (x_0, y_0, z_0) par $T_1 = (x_1, y_1, z_0)$ de façon à rendre $|T - T_1|$ inférieur à 30 secondes. (Cette opération est rendue possible par le fait que z_0 reste constant pendant le réglage d'une montre propre.) \square

THÉORÈME 3

Il y a des montres à moutarde au moins aussi précises que les montres classiques.

Idée de la démonstration : à partir d'une montre classique W , nous devons construire une montre à moutarde W_c d'une précision au moins égale à celle de W . La démonstration utilise la logique temporelle Ω 7.2 : soit W une montre classique. Soit \mathcal{T} la théorie de W dans Ω 7.2. On considère alors la montre à moutarde W_c obtenue à partir de W en n'ajoutant pas de moutarde du tout et soit \mathcal{T}_c la théorie de W_c dans la même Ω 7.2 (mais avec un prédicat monadique additionnel M pour la moutarde) ; il est possible, par un argument d'élimination des coupures, de montrer que \mathcal{T}_c est une extension conservative de \mathcal{T} . \square

REMARQUE 1

La supériorité des montres à moutarde sur les montres classiques est clairement établie par notre démonstration : les montres dégénérées (e.g., W_c) font en effet déjà aussi bien que les montres classiques.

2 Enjeux fondationnels

Comme l'a justement fait remarquer le Pr. Costa di Meno (communication privée), notre théorème 2 est légèrement problématique du point de vue des fondations : en effet, comment connaissons-nous le temps (x, y, z) au

moment de l'affichage? Une seconde montre, appelée *métamontre* est nécessaire. Cela dit, une métamontre est naturellement dégénérée et la chose indiquée est de la faire bénéficier de l'adjonction de moutarde, auquel cas on aura besoin d'une *métamétamontre*... Ce processus peut en fait être itéré de façon à obtenir une hiérarchie *prédicative* de montres à moutarde indicée par les ordinaux inférieurs à Γ_0 . Ce qui s'oppose à l'approche imprédicative dont les limitations sont exprimées par le théorème suivant :

THÉORÈME 4

Une montre à moutarde qui est sa propre métamontre est dégénérée.

Idée de la démonstration : essentiellement, on va imiter la démonstration du second théorème d'incomplétude de Gödel. En fait, en utilisant une construction de point fixe, on peut montrer que la valeur z_0 (les secondes) ne peut pas être tenue constante pendant le réglage, en contradiction avec notre théorème 2. L'utilisation d'une nouvelle logique temporelle Ω 7.2.4 (récemment introduite par l'auteur, voir [2]) est nécessaire pour effectuer les étapes d'internalisation. \square

REMARQUE 2

Le théorème 4 laisse pressentir l'indécidabilité de la notion de montre propre ; de façon inattendue, il n'en est rien et des algorithmes très efficaces permettent de déterminer si une montre à moutarde est propre ou pas. Un de ces algorithmes, par exemple, utilise le fait qu'une montre à moutarde propre est silencieuse.

Références

- [1] Costa di Meno, Pandolfo **Sur un nouveau moyen de mesurer le temps**. *Protocolli di Logica*, 27, 1989.
- [2] Ringard, Yann-Joachim **Cinq nouvelles logiques temporelles**. *Bordereaux de logique formelle*, 48, 1990.