

ESTIMATION DU PARAMÈTRE DE LONGUE MÉMOIRE DE SÉRIES TEMPORELLES
NON-LINÉAIRES

MARIANNE CLAUSEL (INSTITUT CAMILLE JORDAN, LYON).

Collaboration avec François Roueff, Murad S. Taquu et Ciprian Tudor.

Résumé

Soit $X = (X_k)_{k \in \mathbb{Z}}$ une série temporelle non nécessairement linéaire. On définit la différence d'ordre 1 de X par $[\Delta X]_k = X_k - X_{k-1}$, puis $\Delta^K X$ par récurrence sur K . On dit que la série temporelle X a pour paramètre de longue mémoire $d \in \mathbb{R}$ si, pour tout entier $K > d - 1/2$, la série temporelle $[\Delta^K X]$ est stationnaire au second ordre et admet une densité spectrale $f_{\Delta^K X}$ de la forme

$$f_{\Delta^K X} = |1 - e^{-i\lambda}|^{-2d} f_{\Delta^K X}^*(\lambda),$$

où $f_{\Delta^K X}^*$ est une densité spectrale à mémoire nulle, i.e. continue et strictement positive en $\lambda = 0$.

Il existe plusieurs méthodes d'estimation du paramètre de longue mémoire. On considère ici l'estimateur introduit par Abry et Veicht basé sur la régression des coefficients d'ondelettes. Dans le cas de séries temporelles gaussiennes et linéaires, cet estimateur est consistant et asymptotiquement gaussien (travaux de Bardet, Moulines, Soulier dans le cadre paramétrique et de Moulines, Roueff, Taquu dans le cadre semi-paramétrique). Une question qui est alors assez naturelle est de savoir dans quelle mesure ces résultats peuvent s'étendre ou non aux cas non gaussiens et non linéaires. Un premier pas a été effectué dans cette direction par Bardet et Tudor qui ont étudié le cas du processus de Rosenblatt et ont montré que le comportement de l'estimateur est cette fois asymptotiquement non gaussien.

Nous nous plaçons dans un cadre plus général et considérons une série temporelle non linéaire Y , de la forme $G(X)$ où $G \in L^2(\mathbb{R}, e^{-x^2/2} dx)$, X est une série temporelle gaussienne. Notre étude est basée sur la décomposition en chaos de Wiener de la série temporelle $Y = G(X)$. Nous montrons que plusieurs comportements asymptotiques de la variance empirique des coefficients d'ondelettes sont possibles. Ceci dépend du rang d'Hermite de la fonction G , mais aussi, des coefficients de la fonction G dans sa décomposition en série de Hermite. Ceci sera illustré par de nombreux exemples.